

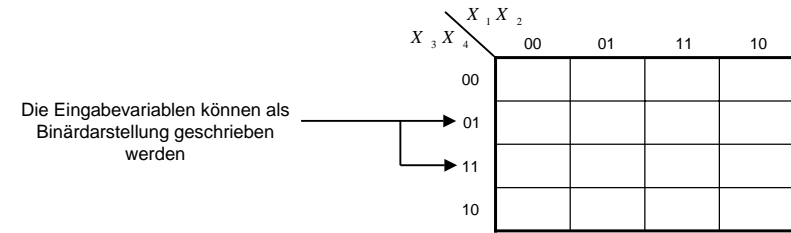
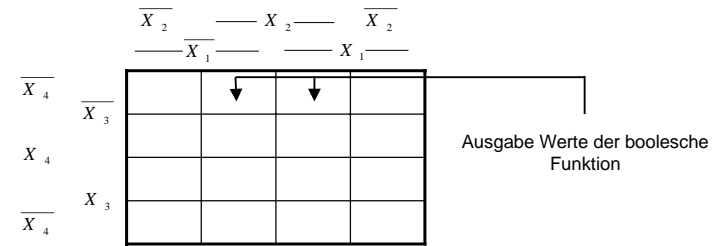
# „Technische Informatik I“ SS 2005

Hauck, Schmied, De Melis, Guenkova-Luy

## Übungsblatt 2 – Karnaugh-Veitch-Diagramme und Minimierung

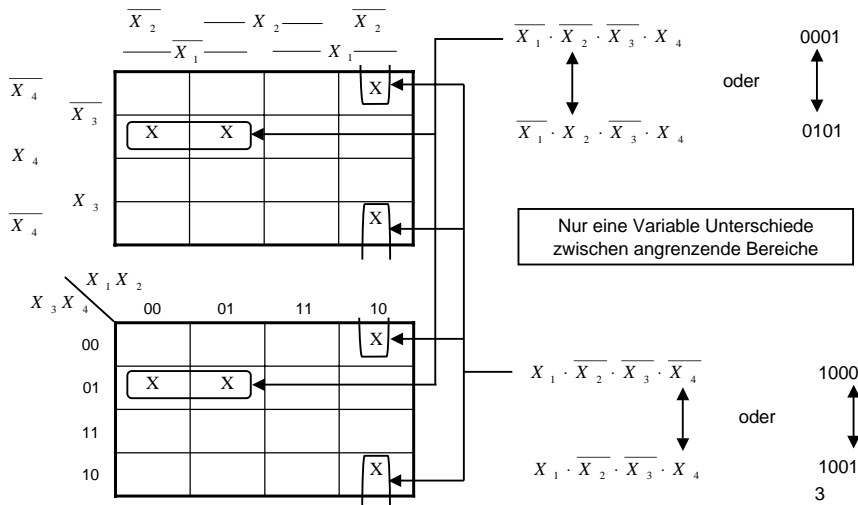
### Karnaugh-Veitch-Diagramme

Graphische Darstellung einer booleschen Funktion



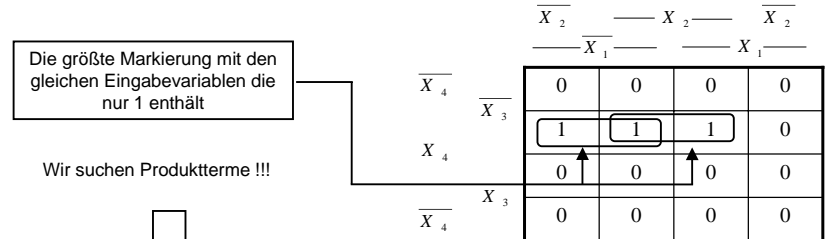
### Karnaugh-Veitch-Diagramme

- Ausgabe Funktion sofort als DNF oder KNF (auch kanonische)
- Minimierung durch graphische Markierung



### Minimierung durch Karnaugh-Diagramme

Beispiel als DNF

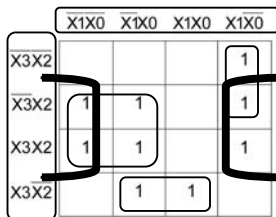


Die Zahlen der markierte Bereiche sind IMMER 2-Potenzen

## Karnaugh-Veitch-Diagramme

### Zur Erinnerung

Wichtig zur Beschriftung der KV-Diagramme

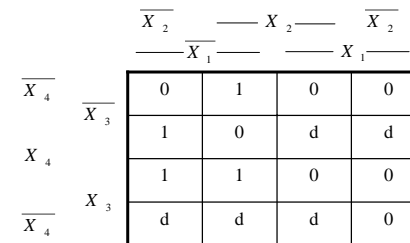


- Grey Code Beschriftung der Zeilen/Spalten
- 2er Potenzen Gruppen bei einer Minimierung (d.h 1er, 2er, 4er, 8er, etc. Gruppen)
- Torus-/Permutations-Eigenschaften

5

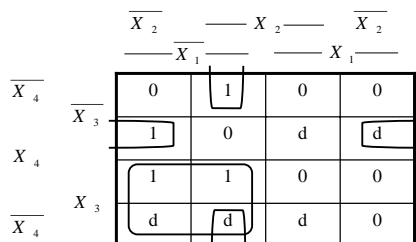
## Aufgabe 1

Minimieren Sie das folgende Karnaugh-Diagramm als DNF:

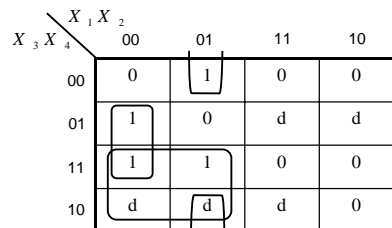


6

### Lösung:



$$Y = \overline{X_1} \cdot X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_1} \cdot X_3 + \overline{X_2} \cdot \overline{X_3} \cdot X_4$$



$$Y = \overline{X_1} \cdot X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_1} \cdot X_3 + \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot X_4$$

Zwei Lösungen möglich!

7

Diese Lösung könnte unterschiedlich geschrieben werden

$$Y = \overline{X_1} \cdot X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_1} \cdot X_3 + \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot X_4 = \overline{X_1} \cdot (X_3 + X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_2} \cdot X_4) = \overline{X_1} \cdot (X_3 + X_2 \oplus X_4)$$

Noch vereinfachte Form, aber KEINE DNF

8

### Aufgabe 2

Gegeben sei die folgende Funktion als Wahrheitstabelle:

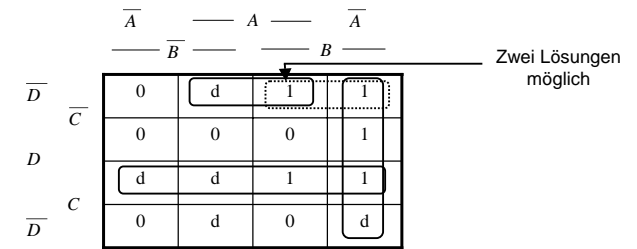
A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	d
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	d
0	1	1	1	1
1	0	0	0	d
1	0	0	1	0
1	0	1	0	d
1	0	1	1	d
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

- Minimieren Sie die Funktion durch Karnaugh-Diagramm als DNF.
- Zeichnen Sie eine Schaltung der Funktion Y.

9

### Lösung:

Minimierung



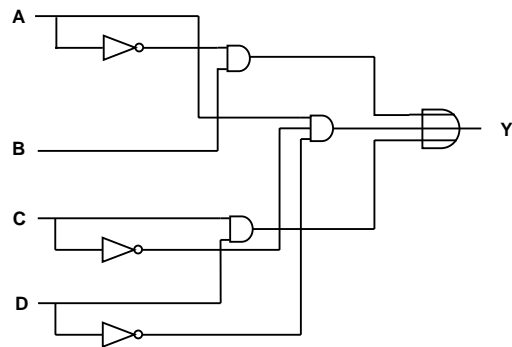
$$Y = \bar{A} \cdot B + C \cdot D + A \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$$

oder

$$Y = \bar{A} \cdot B + C \cdot D + B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$$

10

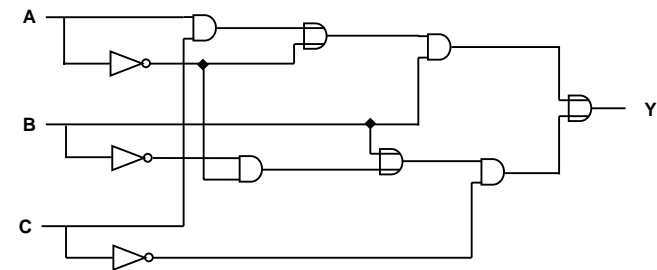
Schaltung



11

### Aufgabe 3

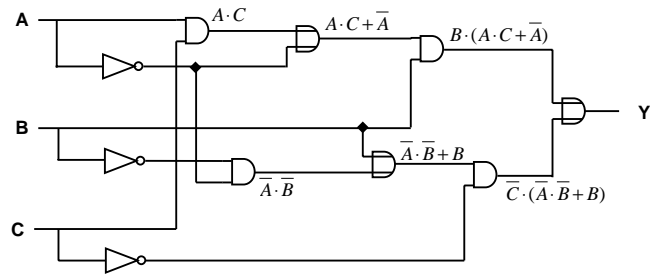
Analysieren Sie das folgende Schaltnetz:



Minimieren Sie die Ausgabe Funktion Y durch Karnaugh-Diagramm als DNF.

12

Lösung:



$$Y = B \cdot (A \cdot C + \bar{A}) + \bar{C} \cdot (\bar{A} \cdot \bar{B} + B)$$

Karnaugh-Diagramm

$$Y = B \cdot (A \cdot C + \bar{A}) + \bar{C} \cdot (\bar{A} \cdot \bar{B} + B)$$

	$\bar{A}$	$A$	$\bar{A}$
$\bar{C}$	1	1	0
$C$	0	1	0

$$Y = B + \bar{A} \cdot \bar{C}$$

Aufgabe 4

Gegeben sei die folgende Funktion als Karnaugh-Diagramm:

	$X_1 X_2$	00	01	11	10
$X_3 X_4$	00	1	0	d	1
	01	0	d	1	1
	11	d	d	0	0
	10	1	d	0	1

Minimieren Sie die Funktion als KNF.

Lösung:

	$X_1 X_2$	00	01	11	10
$X_3 X_4$	00	1	0	d	1
	01	0	d	1	1
	11	d	d	0	0
	10	1	d	0	1

Jede Markierung erzeugt einen Summenterm

$$Y = (\bar{X}_2 + X_3) \cdot (X_1 + \bar{X}_4) \cdot (\bar{X}_3 + \bar{X}_4)$$

**Aufgabe 5**

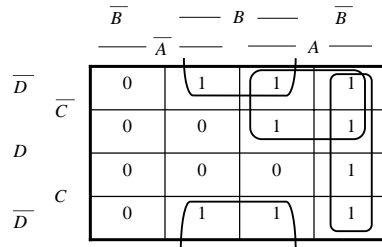
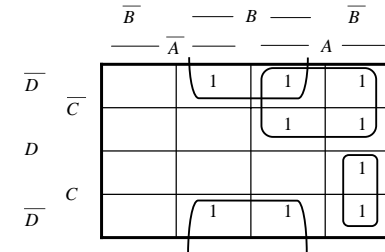
Minimieren die folgende boolesche Funktionen mittels KV Diagramm:

$$Y = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{C}$$

**Lösung:**

$$Y = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{C}$$

→ Jeder Produktterm entspricht einer Markierung



$$Y = A \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{C} + B \cdot \bar{D}$$

Durch algebraische Umformungen

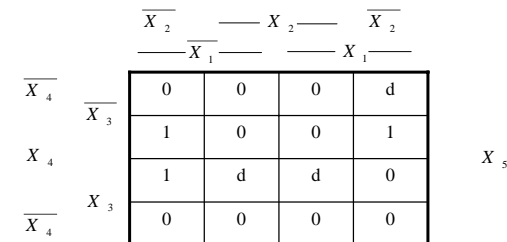
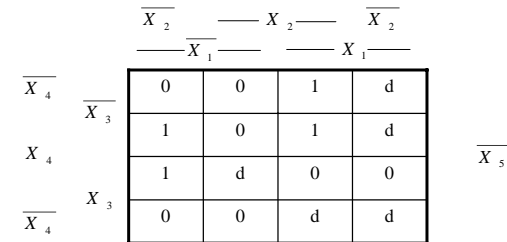
$$Y = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{C} = B \cdot \bar{D} + A \cdot (\bar{B} \cdot C + \bar{C}) = B \cdot \bar{D} + A \cdot (\bar{B} + \bar{C}) =$$

$$X + \bar{X} \cdot Y = X + Y$$

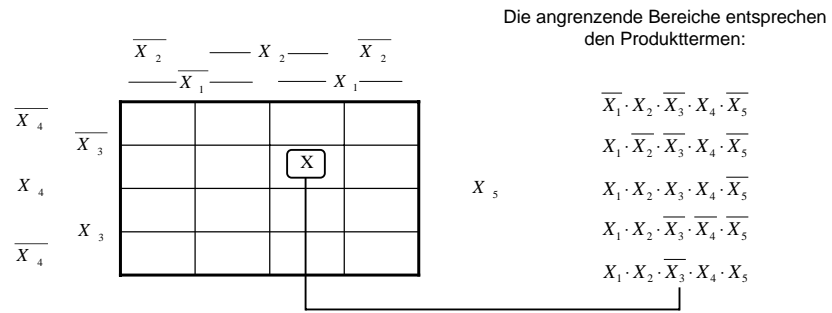
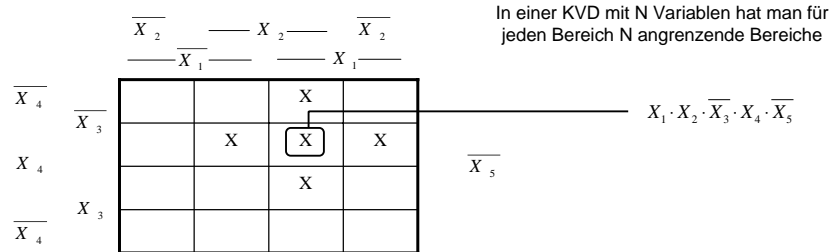
$$= A \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{C} + B \cdot \bar{D}$$

**Aufgabe 6**

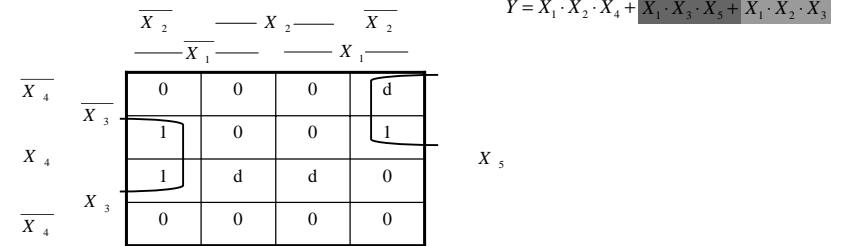
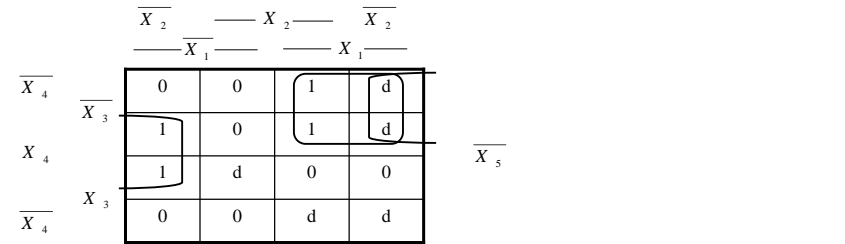
Minimieren Sie das folgende Karnaugh-Diagramm als DNF:



**Lösung:**

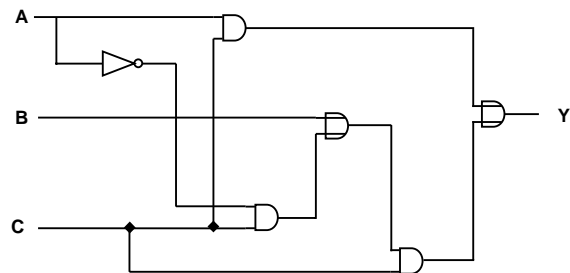


**Lösung:**



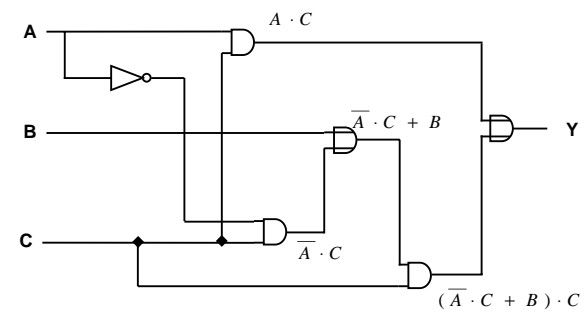
**Aufgabe 7**

Analysieren Sie das folgende Schaltnetz:

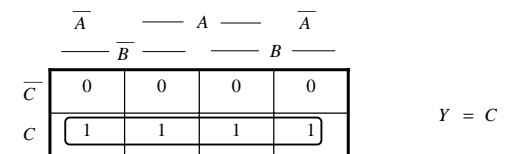


Minimieren Sie die Ausgabe Funktion Y durch Karnaugh-Diagramm als DNF.

**Lösung:**



$Y = A \cdot C + (\bar{A} \cdot C + B) \cdot C$



### Aufgabe 8

Gegeben sei die folgende Funktion als Wahrheitstabelle:

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	d
1	1	0	1
1	1	1	d

Minimieren Sie die Funktion durch Karnaugh-Diagramm als KNF.

25

### Lösung:

		AB		C	
		00	01	11	10
0	0	1	1	0	
1	1	0	d	d	

$$Y = (B + C) \cdot (\overline{B} + \overline{C})$$

26